Optimización de zapatas aisladas. Valor del momento flector reducido o relativo, μ, que optimiza económicamente la zapata aislada

PURIFICACION GONZALEZ MARTINEZ, DRA. ARQUITECTA

RESUMEN. Se comparan los costes de la zapata con armadura óptima, la zapata de hormigón en masa y la zapata de cuantía mínima.
La de menor coste es la zapata optimizada mediante el valor de μ, sin embargo se estima que el emplear la zapata de cuantía mínima facilita los cálculos, y sólo es entre un 4,5 y un 6,5% más cara, que en el coste total del edificio oscilará entre el 0,2% y el 0,4%

SUMMARY. Costs are compared for footing with optimum reinforcement bars, concrete footing in mixing, and minimum quantity footing.
The least expensive is optimized footing by using the m value. It is thought, however, that using the minimum quantity footing makes calculating easier and it is only 4,5 to 6,5 more expensive which in the overall cost of the building ranges between 0,2 % and 0,4 %.

INDICE GENERAL

1. HIPOTESIS

a) La optimización se basa en el **cálculo a flexión** de acuerdo con 58.4.1 de la EH-91, aplicable a zapatas **tipo I y tipo III.**

b) Como **valor de la cuantía mecánica**, ω, se toma el dado por la fórmula:

$$\omega = \mu\ (1 + \mu)$$

cuyo valor tiene un error relativo menor de 0,017 respecto del obtenido por el método parábola-rectángulo, lo que supone un campo de variación del error absoluto, dentro de los valores usuales de ω entre 0,0015 y 0,008 aproximadamente.

c) Se considera una **zapata cuadrada con igual armadura en las dos direcciones**.

2. OBSERVACIONES

2.1 La zapata optimizada económicamente deberá ser comprobada a:

• **Zapata tipo I**
- Adherencia de las armaduras según 58.4.2 (EH-91).
- Cortante de acuerdo con 58.4.3 (EH-91).

• **Zapata tipo III**
- Cortante. Como elemento lineal según el punto 58.6.2.1 y el artículo 39º (EH-91).
- Punzonamiento. Según el punto 58.6.2.2 (EH-91)
- Adherencia de las armaduras siguiendo el punto 58.6.3. y de acuerdo con el artículo 42º (EH-91).

2.2 Para la comparación económica con la zapata de hormigón en masa, ésta se calculará de acuerdo con el punto 58.7 de la EH–91.

La zapata optimizada deberá cumplir las especificaciones descritas en el punto 58.8 (EH–91), respecto a dimensiones y armaduras mínimas:

a) **Canto mínimo en el borde, h** (cm):
Hormigón en masa ≥ 35
Hormigón armado ≥ 25

b) **Cuantía geométrica mínima de la armadura,** ρ:

$$\rho \geq 1{,}8 \times 10^{-3} \times \frac{4100}{f_y}$$

f_y: Límite elástico del acero del proyecto en kp/cm^2.

3. DATOS

N: carga transmitida por el soporte a la zapata en toneladas.
Q_{cal} : resistencia de cálculo del terreno, (T/m^2).

$$Q_{cal} = Q_{adm} - (D - h) \times \gamma - 2{,}4h = \\ = Q_{adm} - 1{,}8\ D - 0{,}6\ h.$$

Q_{adm} : resistencia admisible del terreno, (T/m^2).
D: profundidad de la superficie del cimiento, m.
h: altura de la zapata, m.
γ : densidad de las tierras del relleno, (T/m^3).
2,4: densidad del hormigón, (T/m^3).
f_{ck}: resistencia característica a compresión del hormigón, (T/m^2).
f_y: límite elástico del acero, (T/m^2)
γ_f: coeficiente de seguridad o pondera.ción de la acciones o solicitaciones igual a 1,6.
γ_s: coeficiente de seguridad o de minoración del límite elástico del acero igual a 1,1.
γ_c: coeficiente de seguridad o de minoración de la resistencia a compresión del hormigón igual a 1,5.
f_{yd}: resistencia de cálculo del acero T/m^2:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s}$$

f_{cd}: resistencia de cálculo a compresión del hormigón:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_s}$$

H: precio de metro cúbico de hormigón (Ptas).
A: precio de kilogramo de acero (Ptas).
Densidad del acero: 7.850 Kg/m^3.
Dimensiones del soporte: $a_s \times b_s$.

4. OPTIMIZACION

Para llegar a la fórmula del momento flector reducid (μ) que nos permite optimizar la zapata vamos según los siguientes pasos (figura 1):

- **Dimensionamiento de la superficie de la zapata:**

$$A_z = \frac{n}{Q_{cal}} \quad (m^2)$$

$$a = \sqrt{A_z} \quad (m)$$

- **Dimensiones conocidas del soporte:**

$$a_s \times a_s \qquad \text{en m}$$

- **Vuelo de cálculo:**

$$V = V_{max} + 0{,}15\ a_s; \qquad V_{max} = \frac{a - a_s}{\gamma_s}$$

$$\mathbf{V = \frac{a}{2} - 0{,}35\, a_s} \quad (m)$$

- **Momento flector de cálculo M_d,** (mT):

$M_d = 1{,}6 \times M$ (por metro de ancho)

$$M = \frac{V^2}{2} \times Q_{cal} \qquad \text{(por m de ancho de zapata)}$$

luego:

$$\mathbf{M_d = 0{,}8\ V^2\ Q_{cal}} \quad \text{(mT, por m de ancho de zapata)}$$

- **Momento flector reducido o relativo,** μ, **por metro de ancho de zapata:**

$$\mu = \frac{M_d}{d^2 \times f_{cd}} = \frac{0{,}8 \times V^2 \times 1{,}5\ Q_{cal}}{d^2 \times f_{ck}}$$

$$\mu = \frac{1{,}2 \times V^2 \times Q_{cal}}{d^2 \times f_{ck}}$$

donde:
d = Altura útil de la zapata = $\alpha \times h$
h = Altura total de la zapata

$$\mu = \frac{\mathbf{1{,}2 \times V^2 \times Q_{cal}}}{\alpha^2 \times h^2 \times \mathbf{f_{ck}}}$$

- **Canto de la zapata, h** (deducida del momento flector reducido o relativo, μ, por metro de ancho de zapata):

$$h = \sqrt{\frac{1{,}2 \times Q_{cal}}{f_{ck}}} \times \frac{V}{\alpha} \times \sqrt{\frac{1}{\mu}}$$

donde la resistencia admisible del terreno, la resistencia a compresión del hormigón, el vuelo de cálculo y el coeficiente α, son conocidos y asimilables a una constante K_1:

$$\sqrt{\frac{1,2 \times Q_{cal}}{f_{ck}}} \times \frac{V}{\alpha} = K_1$$

$$h = K_1 \times \sqrt{\frac{1}{\mu}}$$

- **Volumen de hormigón por m² de zapata, V_h:**

$$V_h = 1 \times h = K_1 \times \sqrt{\frac{1}{\mu}}$$

- **Costo del hormigón por m² de zapata, C_H:**

$$C_H = H \times V_h = K_1 \times \sqrt{\frac{1}{\mu}} \times H$$

- **Kg de acero por m² de zapata, P:**

$$\omega = \mu\,(1 + \mu)$$

$$\omega = \frac{A_s\, f_{yd}}{a_c\, f_{cd}}$$

De estas dos fórmulas que definen la cuantía mecánica, obtenemos el área de la sección de armadura:

$$A_s = \omega \times A_c \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = \mu \times (1 + \mu) \times A_c \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

El área de la sección de hormigón considerando el cálculo por metro de zapata es:

$$A_c = 1 \times h = K_1 \sqrt{\frac{1}{\mu}}$$

Luego:

$$A_s = K_1 \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \sqrt{\frac{1}{\mu}} \times \mu \times (1 + \mu)$$

El m³ de acero por m² de zapata, V_A, es:

$$V_A = 1 \times 2 \times A_s = 2 \times K_1 \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \mu^{-1/2} \times \mu(1 + \mu)$$

La densidad del acero es 7.850 kg/m³. Por lo tanto, los kilogramos de acero por metro cuadrado de zapata se obtienen multiplicando el volumen del acero por su densidad:

$$P = 15.700 \times K_1 \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}}\, m^{-1/2} \times \mu(1 + \mu)$$

- **Costo del acero por m² de zapata, C_A:**

$$C_A = P \times A = 15.700 \times K_1 \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times A \times \mu^{-1/2} \times \mu(1 + \mu)$$

- **Costo total del m² de zapata, C :**

$$C = C_H + C_A$$

$$C = K_1 \times \mu^{-1/2} \times \left[H + 15.700 \times A \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \mu(1 + \mu) \right]$$

El costo varía entre infinito para μ igual a cero, e infinito para μ igual a infinito, luego existe un mínimo que obtenemos derivando la función anterior, e igualando a cero:

$$-\frac{1}{2}\mu^{-3/2}\left[H + 15.700 \times A \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \mu(1 + \mu) \right] +$$

$$+\mu^{-1/2} \times 15.700 \times A \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times (1 + 2\mu) = 0$$

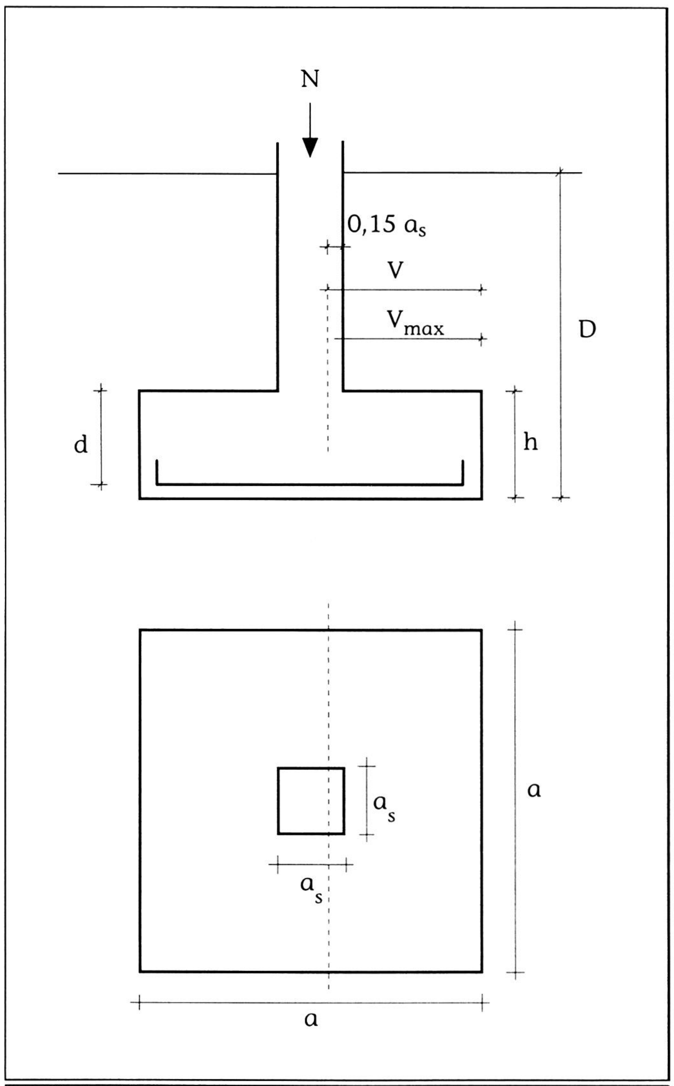

Figura 1

multiplicado por $\mu^{3/2}$

$$-\frac{1}{2}H + 15.700 \times A \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{1}{2}\left(\mu + 3\mu^2\right) = 0$$

$$\mu^2 + \frac{1}{3}\mu - \frac{H}{A} \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \times \frac{1}{15.700 \times 3} = 0$$

$$\mu = -\frac{1}{6} + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{H}{A} \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \times \frac{1}{47.100}}$$

$$\mu = \frac{1}{6}\left[\left(1 + 7,64 \times 10^{-4} \times \frac{H}{A} \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}}\right)^{1/2} - 1\right]$$

Este es el valor de μ que optimiza el costo de la zapata y en donde H/A varía entre 65 y 110 y f_{cd}/f_{yd} varía entre 20 y 45.

En la tabla de la figura 1 se encuentran los valores de μ en función de H/A y f_{cd}/f_{yd}.

El valor de μ correspondiente a la cuantía mínima de armadura en zapatas varía de 0,03 a 0,07 para valores de f_y entre 4.100 y 5.100 y valores de f_{ck} entre 150 y 200.

5. EJEMPLO

5.1 Datos:

N = 150 T
$Q_{cal} = 24$ t/m²
$f_{ck} = 2000$ t/m²
$f_y = 41.000$ T/m²
$\gamma_f = 1,6$
$\gamma_c = 1,5$
$\gamma_s = 1,1$
Soporte = $a_s \times a_s = 0,45 \times 0,45$
Precio de ejecución material del m³ de hormigón, H = 8.500 ptas
Precio de ejecución material del Kg de acero, A = 95 ptas

5.2 Zapata óptima obtenida a partir del valor de μ

- Obtención de μ:

Partiendo de los datos obtenemos el valor de μ interpolando en la tabla de la figura 2:

$$\frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{41000 \times 1,5}{2000 \times 1,10} = 27,95$$

$$\frac{H}{A} = \frac{8.500}{95} = 89,47$$

$$\mu = \mathbf{0,118}$$

- Dimensionado de la zapata:

$$a = \sqrt{\frac{150}{24}} = 2,50 \text{ m}$$

$$v = \frac{a}{2} - 0,35a_s = 1,0925 \text{ m (vuelo de cálculo)}$$

$$M_d = 0,8 \times 1,0925^2 \times 24 = 22,92 \text{ m} \times \text{t}$$

Obtenemos el valor de **d** deducido de $\mu = \frac{M_d}{d^2 f_{cd}}$

$$d = \sqrt{\frac{22,92 \times 1,5}{0,118 \times 2000}} = 0,38 \text{ m}$$

Como el recubrimiento es igual a 5 cm,

$$h = 0,43$$

$$\omega = \mu\,(1 + \mu) = 0,118 \times 1,118 = 0,132$$

$$A_s = \omega \times A_c \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,132 \times 1 \times \frac{0,43}{27,95} = 2,03 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

f_{yd}/f_{cd} \ H/A	65	70	75	80	85	90	95	100
20	0,069	0,073	0,078	0,082	0,086	0,090	0,094	0,098
25	0,083	0,088	0,093	0,098	0,103	0,108	0,113	0,118
30	0,096	0,102	0,108	0,114	0.120	0,125	0,130	0,136
35	0,109	0,116	0,122	0,129	0,135	0,141	0,147	0,153
40	0,121	0,129	0,136	0,143	0.150	0,156	0,163	0,169
45	0,133	0,141	0,149	0,156	0,163	0,170	0,178	0,184

Figura 2

- El peso del acero por m² de zapata es:

$$P = 2 \times A_S \times 7.800 = 32{,}4\ Kg/m^2\ zapata$$

- El coste del m² zapata es:

- Hormigón: 0,43 × 8.500 = 3.655 ptas
- Acero: 32,40 × 95 = 3.078 ptas
- Suma: 6.733 ptas

El coste de ejecución material de la zapata por tonelada soportada es:

$$CTS = \frac{6.733}{24} = 281\ ptas$$

5.3 Zapata con cuantía mínima, (con objeto de compararla con la obtenida en 5.2)

$$\rho = 1{,}8 \times 10^{-3}$$

$$\omega = \rho \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 1{,}8 \times 10^{-3} \times 27{,}95 = 0{,}05031$$

$$\omega = \mu\ (\mu + 1)$$

$$\mu^2 + \mu - 0{,}05031 = 0$$

$$\mu = -\frac{1}{2} + \sqrt{0{,}30031} = 0{,}048$$

Luego:

$$d = \sqrt{\frac{22{,}95 \times 1{,}5}{0{,}048 \times 2.000}} = 0{,}6$$

$$h = d + 0{,}05 = 0{,}65\ m$$

$$A_s = 1{,}8 \times 10^{-3} \times 0{,}65 \times 1 = 1{,}17 \times 10^{-3}\ m^2$$

El peso del acero es:

$$P = 2 \times A_S \times 7{,}850 = 18{,}4\ kg/m^2$$

El costo de ejecución material de la zapata con cuantía mínima es:

- Hormigón: 0,65 × 8.500 = 5.525 ptas
- Acero: 18,4 × 95 = 1.748 ptas
- Suma: 7.273 ptas

El costo de ejecución material de la zapata con cuantía mínima por tonelada soportada es:

$$CTS = \frac{7.273}{24} = 303\ ptas$$

5.3 Resumen de costes

El coste por tonelada soportada es:

- Zapata óptima: 281 ptas
- Zapata con cuantía mínima: 303 ptas
- Ahorro zapata óptima: 22 ptas

Durante mucho tiempo hemos cometido el error de considerar como zapata óptima la de cuantía mínima. En el ejemplo, el coste de esta zapata es un 7,83% más cara, suponiendo que ambas den respuesta válida a las exigencias técnicas.

6. VERIFICACION DE LA ZAPATA OPTIMA

6.1 Comprobación a cortante

El área de la sección de armadura es 20,3 cm², lo que corresponde a 10 ø 16 por metro ($A_S = 20{,}11\ cm^2$).

Se debe verificar que $V_{cu} \geq V_{cd}$.

La sección de cálculo a considerar, S, se encuentra a 0,38 m de la cara del soporte (figura 3).

$$V_d = 0{,}645 \times 2{,}50 \times 24 \times 1{,}6 = 61{,}92\ Tm$$

$$V_{cu} = f_{cv} \times b_{\omega} \times d = 57{,}7 \times 2{,}50 \times 0{,}38 = 54{,}8\ Tm$$

$$f_{cv} = 0{,}5\sqrt{f_{cd}} = 5{,}77\ kp/cm^2 \simeq 57{,}7\ T/m$$

$V_{cu} < V_{cd}$, luego no cumple a cortante.

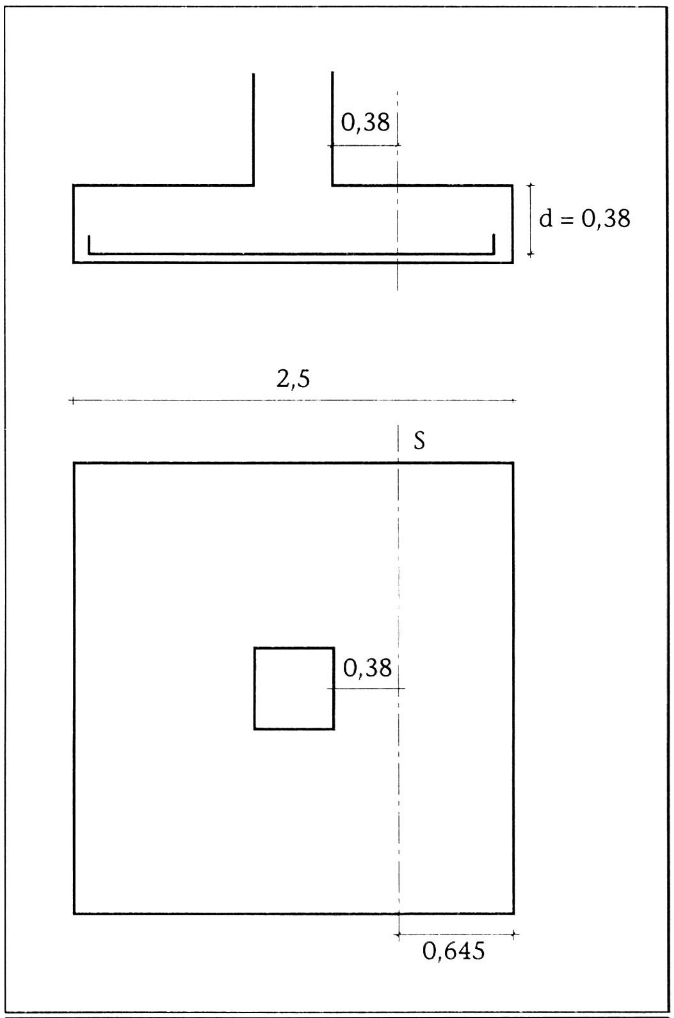

Figura 3

Es necesario aumentar el canto útil de la zapata (figura 4).
h = 0,45 m
d = 0,41 m

$$V_{cd} = 0{,}615 \times 2{,}5 \times 24 \times 1{,}6 = 59{,}04 \text{ Tm}$$

$$V_{cu} = 57{,}7 \times 2{,}50 \times 0{,}41 = 59{,}14 \text{ Tm}$$

$V_{cu} > V_{cd}$, es válido a cortante.

6.2 Comprobación a punzonamiento

Perímetro de punzonamiento (figura 5):
u = 4 x 0,86 = 3,44 m
d = 0,41 m

$$N_{pc} = 3{,}44 \times 0{,}41 \times 2 \times 57{,}7 = 162{,}87 \text{ m}$$

$$N_{pd} = (150 - 0{,}86^2 \times 24) \times 1{,}6 = 211{,}6 \text{ Tm}$$

$N_{pd} > N_{pc}$, no es válido a punzonamiento.

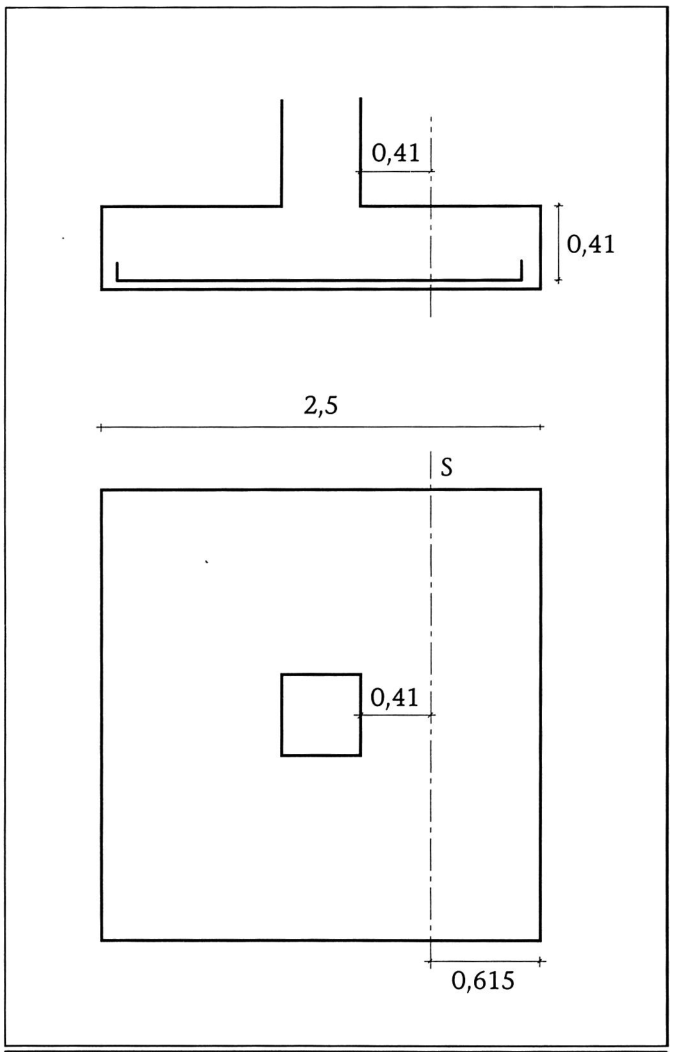

Figura 4

Es necesario aumentar h a 0,55 m. La zapata se convierte en Tipo I.

$$2\ h = 1{,}10 > V_{max} = 1{,}025$$

6.3 Comprobación a cortante de la zapata tipo I

Al ser tipo I solo necesita verificación a cortante, no necesita punzonamiento (figura 6).
h = 0,55 m
d = 0,50 m
La sección de referencia se encuentra a medio canto útil de la zapata, medida desde el exterior del pilar y su anchura es b

$$b = 0{,}45 + 0{,}50 = 0{,}95$$

Se debe verificar que:

$$V_{cd} \leq 2\ b \times d \times f_{cv}$$

$$V_{cu} = 2 \times 55{,}7 \times 0{,}95 \times 0{,}50 = 54{,}8 \text{ Tm}$$

$$V_{cd} = \frac{1}{4}\left(150 - 0{,}95^2 \times 24\right)1{,}6 = 51{,}4 \text{ Tm}$$

$V_{cu} > V_{cd}$, luego es válido a cortante.
Por tanto la zapata óptima, técnica y económicamente tendría:
h = 0,55 m
d = 0,50 m

$$\mu = \frac{22{,}95 \times 1{,}5}{1 \times 0{,}5^2 \times 2.000} = 0{,}069$$

$$\omega = 0{,}069 \times 1{,}069 = 0{,}074$$

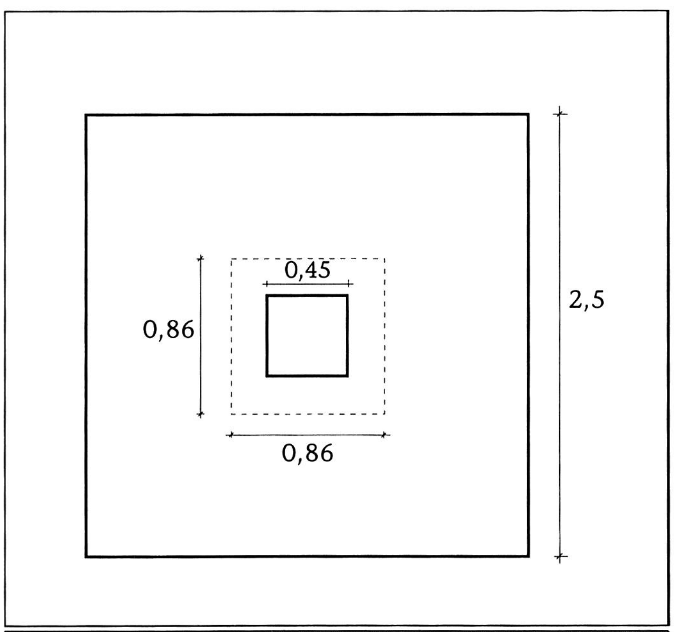

Figura 5

$$A_s = 0,074 \times 1 \times \frac{0,55}{27,95} = 1,45 \times 10^{-3}\ m^2$$

A_s = 14,5 cm^2 < > 13 ø 12 < > 11,6 Kg de acero
El peso armadura por m^2 de zapata es:

2 x 11,6 = 23,2 Kg

6.4 Comprobación de la adherencia

Se debe verificar que:

$$\tau_b = \frac{V_{d1}}{0,9 \times d \times n \times u} \leq \tau_{bd}$$

donde:
V_{d1}: esfuerzo cortante mayorado, por unidad de longitud, en la sección de referencia (figura 7), situada a 0,15 de la sección del soporte por detrás de esta.
h: nº de barras por unidad de longitud.
u: perímetro de cada barra.
d: canto útil de la sección.
τ_b: tensión tangencial de adherencia.
τ_{bd}: Resistencia de cálculo para adherencia.

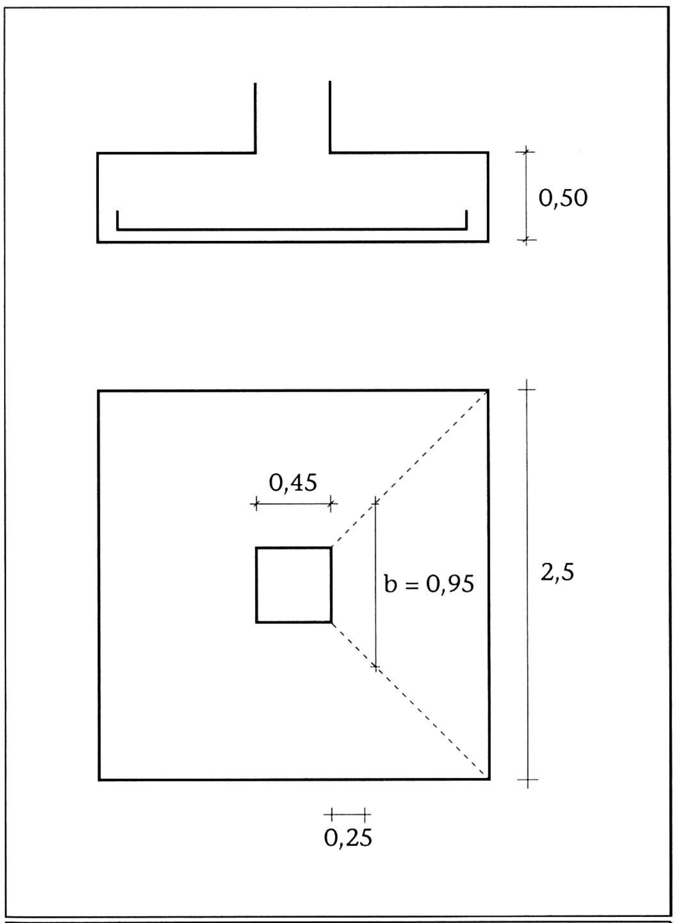

Figura 6

$$\tau_{bd} = 0,95\ \sqrt[3]{f_{cd}^2}$$

V_{d1} = 1,0925 x 1 x 24.000 x 1,6 = 41.952 Kg por m

$$\tau_{bd} = 0,95 \times f_{cd}^{2/3} = 24,7\ Kp / cm^2$$

$$\tau_b = \frac{41.952}{0,9 \times 50 \times 13 \times 1,2} = 19,02 \quad Kp/cm^2$$

$\tau_{bd} > \tau_b$, es válida la adherencia

6.5 Costo de ejecución material de la zapata óptima tras la comprobación

por m^2 de zapata, los costos son:
- 0,55 m^3 hormigón a 8.500 ptas: 4.675 ptas
- 23,2 Kg de acero a 95 ptas: 2.204 ptas
- Suma = 6.879 ptas
- Costo por tonelada soportada:

$$CTS = \frac{6.879}{24} = 287\ ptas$$

7 SOLUCION MEDIANTE ZAPATA DE HORMIGON EN MASA

7.1 Se calcula siguiendo en artículo 58.7 de la EH–91.
$f_{ct,k}$: resistencia característica del hormigón a tracción.

$$f_{ct,k} = 0,45\ f_{ck}^{2/3} = 15,39\ Kp / cm^2 <> 154\,T / m^2$$

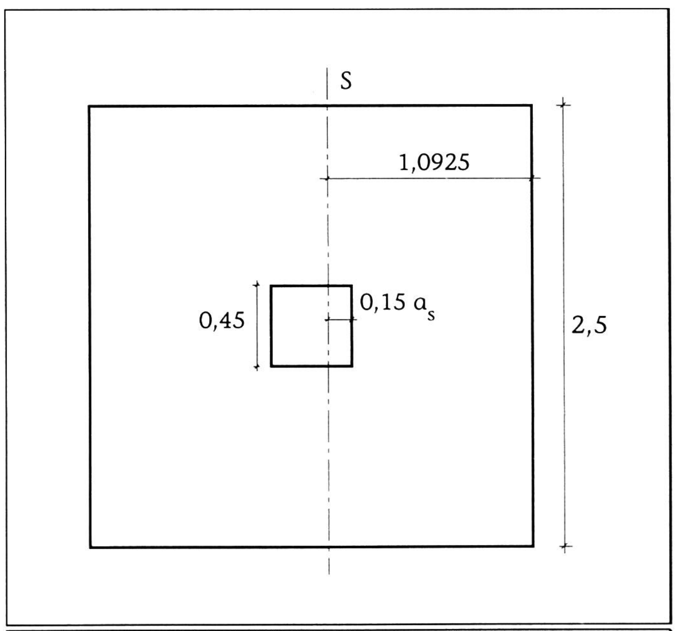

Figura 7

$f_{ct,d}$: resistencia de cálculo del hormigón a compresión (calculado en 5.2).

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{1,2 \times \gamma_c} = 8,55 \text{ kp / cm}^2 <> 85,5 \text{ T / m}^2$$

$$M_d = 22,92 \text{ m·T}$$

$$w = \frac{1 \times h^2}{6}$$

$$\sigma = \frac{M_d}{w} = \frac{6 \times M_d}{h^2} \leq f_{ct,d} 85,5 \text{ T / m}^2$$

$$h = \sqrt{\frac{6 \times 22,92}{85,5}} = 1,27 \text{ m}$$

Altura total h_z = 1,35 m. Los 8 cm son equivalentes al hormigón de regulación bajo la zapata de hormigón armado. A efectos de la comparación de costos es válido h = 1,27 m.

– Costo de ejecución material del metro cuadrado de zapata de hormigón en masa:

1,27 m³ de hormigón a 8.500 ptas = 10.795

– Costo de ejecución material de la tonelada soportada mediante zapata de hormigón en masa:

$$\text{CTS} = \frac{10.795}{24} = \textbf{450 ptas}$$

7.2 Resumen de costos

Zapata de hormigón	Costos (ptas)	
	m² de zapata	Tonelada soportada
Armado. (Optimizada)	6.875	287
En masa	10.795	450
Ahorro zapata armada	3016	163

8. ESTUDIO DEL EJEMPLO ANTERIOR CON RESISTENCIAS DE CALCULO 15 T/m² Y 60 T/m²

Se va a proceder a realizar el cálculo y el coste de la tonelada soportada por la zapata óptima, la zapata de hormigón en masa y la zapata con cuantía mínima.

8.1 Zapata óptima

Q_{cal} (T/m²)	A_2 (m²)	a = b (m)	V_{cal} (m)	M_d (m T)	d (m)	h (m)
15	10	3,15	1,44	24,88	0,40	0,45
60	2,5	1,60	0,6425	19,82	0,36	0,40

Tipo de zapata	V_{max} (m)	Cortante					
		h (m)	V_{cu}	V_{cd}	h_r (m)	V_{cu}	V_{cd}
III	1,35	0,45	72,70	114,9	0,60	99,96	56,77
I	0,575	0,40	33,65	44,25	0,50	46,74	40,56
–		No válido			Válido		

Comprobación de punzonamiento zapata Tipo III (figura 8).

u = 4 m

d = 0,55

f_{cv} = 57,7 T/m²

N_{pc} = 4×0,55×2×57,7 = 253,88 T

N_{pd} = (3,15² – 1²)×15×1,6 = 214,14 T m

$N_{pd} < N_{pc}$ Válido

$$\mu_{15} = \frac{24,88 \times 1,50}{1 \times 0,55^2 \times 2.000} = 0,0617$$

$$\mu_{60} = \frac{19,82 \times 1,50}{1 \times 0,45^2 \times 2.000} = 0,0734$$

$$\omega_{15} = 0,0617 \times 1,0617 = 0,0655$$

$$\omega_{60} = 0,0734 \times 1,0734 = 0,07885$$

$$\frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 27,95$$

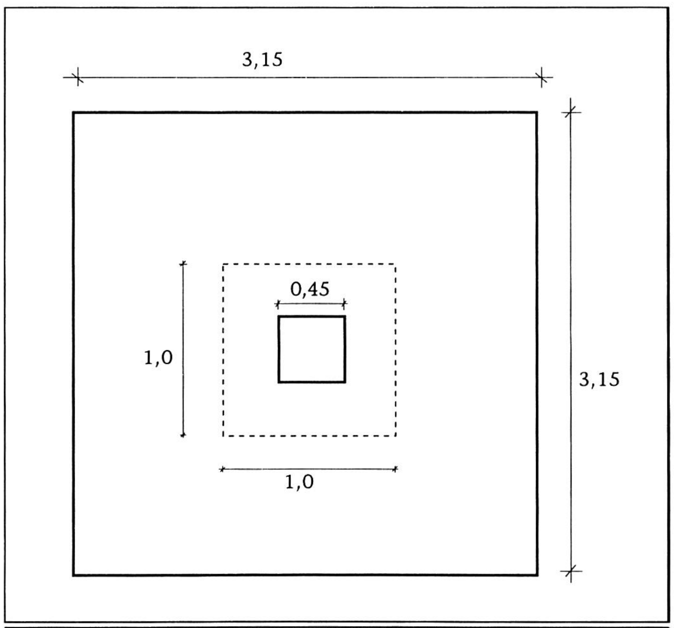

Figura 8

$$A_{s\,15} = \frac{0,0655 \times 1 \times 0,6}{27,95} = 1,406 \times 10^{-3}\ m^2$$

$$A_{s\,60} = \frac{0,0788 \times 1 \times 0,5}{27,95} = 1,41 \times 10^{-3}\ m^2$$

$A_{s\,15}$ = 14,06 cm² < > 11,04 kg < > 13 ø 12 < > 11,54 kg

Peso armadura: $P_{15} = 2 \times 11,54 = 23,08$ kg

$A_{s\,60}$ = 14,1 cm² < > 11,07 kg < > 13 ø 12 < > 11,54 kg

Peso armadura: P_{60} = 23,08 kg

Comprobación adherencia:

$$V_{d15} = 96,77$$

$$\tau_{b\,15} = \frac{96.770}{0,9 \times 55 \times 13 \times \pi \times 1,2 \times 3,15} = 12,66\ kp/cm^2$$

$$\tau_{bd} = 0,95 \times f_{cd}^{2/3} = 24,79\ kp/m^2$$

$\tau_{bd} > \tau_{b15}$, es válido.

$$V_{d60} = 0,6425 \times 60 \times 1 = 38,55$$

$$\tau_{b\,60} = \frac{38.550}{0,9 \times 45 \times 13 \times \pi \times 1,2} = 19,42\ kp/cm^2$$

$\tau_{bd} > \tau_{b60}$, es válido.

Costo ejecución material por m² de zapata				
Materiales	Q_{cal} (T/m²) 15		60	
Hormigón	0,6 m³×8.500	5.100	0,5m³×8.500	4.250
Acero	23,08 kg×95	2.193	23,08 kg×95	2.193
Total		7.293		6.443

Costo ejecución material por tonelada soportada		
Q_{cal} T/m²	15	7.293:15 = 487 ptas
	60	6.443:60 = 108 ptas

8.2 Zapata de hormigón en masa

Canto de la zapata		
Q_{cal} (T/m²)	h_E (m)	h_r (m)
15	$\sqrt{\frac{6 \times 24,88}{85,5}}$ = 1,40	1,32
60	$\sqrt{\frac{6 \times 19,82}{85,5}}$ = 1,25	1,18

Q_{cal} (T/m²)	costo (m² zapata) (ptas)	CTS (ptas)
15	1,32×8.500 = 11.900	748
60	1,18×8.500 = 10.030	167

h_r: canto real de la zapata.
h_E: canto eficaz de la zapata. Corresponde al canto real de la zapata, h_r, menos el espesor de esta que, al vertir el hormigón, previsiblemente se contamina con el terreno.

8.3 Zapata de hormigón armado con cuantía mínima de armadura

$\omega = 0,0503$; $\mu = 0,048$; $d = \sqrt{\frac{M_d}{\mu \times f_{ck}}}$

Q_{cal} (T/m²)	M_d (m T)	d (m)	h (m)	ω	A_s (cm²)	Peso malla por m² (kg)
15	24,88	0,63	0,68	0,0503	12,24	19,54
60	19,82	0,56	0,61	0,0503	10,98	17,76

$A_{s15} = 0,0503 \times 0,68 \times 1/27,95 = 1.224 \times 10^{-3}\ m^2 \simeq$
$\simeq$ 12,24 cm²
P. malla = 2×12,24×0,785 = 19.221 kg (teórico)
12,24 cm² ≃ 11 ø 12 Peso real = 2×9,77 =
= 190,54 Kg
$A_{s60} = 0,0503 \times 0,61 \times 1/27,95 = 1.098 \times 10^{-3}\ m^2 \simeq$
$\simeq$ 10,98 cm²
10,98 cm² ≃ 10 ø 12 Peso = 17,76 Kg

Costo ejecución material de la zapata de hormigón armado con cuantía mínima				
Qcal (T/m²)	Hormigón	Acero	Total m² zapata (Ptas)	Costo tonelada soportada CTS (Ptas)
15	0,68×8.500 = 5.780	19,54×95 = 1.857	7.637	$\frac{7.637}{15}$ = 509
60	0,61×8.500 = 5.185	17,76×95 = 1.687	6.872	$\frac{6.872}{60}$ = 115

9. RESUMEN DE COSTOS DE LA ZAPATA OPTIMA, EN MASA Y CON CUANTIA MINIMA PARA RESISTENCIAS DE CALCULO DE 15, 24 Y 60 T/m²

Q_{cal} T/m²	Zapata aislada de hormigón			
	Armadura optimizada		En masa	
	m² de zapata (ptas)	CTS (ptas)	m² de zapata (ptas)	CTS (ptas)
15	7.293	487	11.900	748
24	6.879	287	10.795	450
60	6.443	108	10.625	167

Q_{cal} T/m²	Zapata armada con cuantía mínima	
	m² de zapata (ptas)	CTS (ptas)
15	7.637	509
24	7.273	303
60	6.872	115

10. CONCLUSIONES

1. La zapata de hormigón en masa es la de mayor costo siempre. Es superior a la zapata optimizada de un 57% a un 64%

2. La zapata armada con cuantía mínima tiene un costo mayor que la zapata optimizada de 4,5% al 6,5 %. Tiene sin embargo la ventaja de cumplir las exigencias técnicas de adherencia, cortante y en su caso punzonamiento.

3. Los valores del momento flector reducido o relativo, μ, para la zapata optimizada son variables -de 0,069 a 0,184-. Es necesario determinarlos en cada caso, con la siguiente complejidad de cálculo.

4. El valor del momento flector reducido, μ, vale:

$$\mu = \omega\,(1 - 3\omega)$$

y, ω_{min}, vale:

$$\omega_{min} = 1,8 \times 10^{-3} \times \frac{4.100}{f_y} \times \frac{f_y}{\gamma_s} \times \frac{1}{f_{cd}} = \frac{73,8}{\gamma_s \times f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{73,8}{\gamma_s \times f_{cd}} \times \left(1 - \frac{221,4}{\gamma_s \times f_{cd}}\right)$$

$$\mu = \frac{0,8 \times V^2 \times Q_{cal}}{1 \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{73,8}{\gamma_s \times f_{cd}} \times \left(1 - \frac{221,4}{\gamma_s \times f_{cd}}\right)$$

$$d = 0,104 \times \left(\frac{\gamma_s}{1 - \frac{221,4}{\gamma_s \times f_{cd}}}\right)^{\frac{1}{2}} \times Q_{cal}^{1/2} \times V$$

Haciendo:

$$K_1 = \left(\frac{\gamma_s}{1 - \frac{221,4}{\gamma_s \times f_{cd}}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

siendo γ_s = 1,10 ó 1,15 y f_{cd} variando de 1.000 a 1.667 T/m²:
K_1 varía de: 1.140 a 1.174
d variaría de:

$$d = 0,119 \times Q_{cal}^{1/2} \times V \quad a \quad d = 0,122 \times Q_{cal}^{1/2} \times V$$

Se puede tomar para d el valor:

$$d = 0,12 \times Q_{cal}^{1/2} \times V$$

Q_{cal}, en T/m²; V y d, en metros.

Es un error comprendido entre + 0,8% y – 1,6%, que se considera admisible.

La altura total sería:

$$\mathbf{h = 0,12 \times Q_{cal}^{1/2} \times V + 0,05}\text{, en metros.}$$

Q_{cal}, en T/m² y, V, en metros.

La armadura principal sería en este caso, por m de ancho de zapata:

$$A_s = \rho \times A_c = 1,8 \times 10^{-3} \times \frac{4.100}{f_y} \times 100 \times h$$

$$S_s = \frac{\mathbf{738}}{\mathbf{f_y}} \times \mathbf{h} \quad (cm^2)$$

h = altura total de la zapata, en cm
f_y = Límite elástico del acero del proyecto

5. Estimamos válido el proyectar y construir con la zapata de hormigón armado con cuantía mínima por las siguientes razones:

a. Simplicidad de cálculo

b. Cumplir las exigencias técnicas de adherencia, cortante y punzonamiento casi siempre, y cuando ella no lo cumple tampoco la óptima da respuesta a esas exigencias.

c. La pequeña diferencia de costo 4,5 % a 6,5 % que en el presupuesto general del edificio oscilará entre el 0,2% y el 0,4%.